

**СТРУКТУРА И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ  
ВОЗМОЖНОСТИ ИКПК  
«ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ,  
ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ  
УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ ДИСКРЕТНЫХ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ –  
PredEstOptCont-2023»**

**Шориков А.Ф., профессор, д.ф.-м.н., Институт экономики УрО РАН,  
Тюлюкин В.А., доцент, к.ф.-м.н., УрГЭУ**



## ВВЕДЕНИЕ

В докладе рассматривается созданный авторами программный комплекс, предназначенный для компьютерного моделирования решения задач прогнозирования и минимаксного оценивания состояния, оптимального программного и адаптивного терминального управления состоянием дискретных управляемых динамических систем. Приведено описание структуры компьютерного программного комплекса и функциональных возможностей его основных модулей, которые позволяют реализовать моделирование решения рассматриваемых задач прогнозирования, оценивания и оптимального управления, в рамках детерминированного подхода [1–4].



## ВВЕДЕНИЕ

Динамика рассматриваемого управляемого объекта описывается линейной дискретной управляемой динамической системой общего вида. Ограничения на фазовый вектор системы и вектор управляющего воздействия имеют вид многогранников-компактов в соответствующих конечномерных векторных пространствах, которые задаются своими вершинами или множествами решений совместных систем линейных алгебраических равенств и неравенств.



## ВВЕДЕНИЕ

Для моделирования решения задачи прогнозирования множества фазовых состояний рассматриваемой управляемой динамической системы в заданный период времени – построения ее области достижимости (прогнозного множества), используется *общий рекуррентный алгебраический метод* [4], а для минимаксного оценивания этого множества используются метод *редукции к задаче выпуклого математического программирования* [4].



## ВВЕДЕНИЕ

Для моделирования решения задач оптимального программного и адаптивного терминального управления при различных целевых функциях разработаны численные алгоритмы, использующие *общий рекуррентный алгебраический метод* [4] построения области достижимости линейной дискретной управляемой динамической системы общего вида, а также *метод прямых и обратных конструкций* [4], разработанный для решения краевой задачи и задачи оптимального программного терминального управления.



## ВВЕДЕНИЕ

Полученные результаты основываются на работах [4-6] и могут быть использованы для разработки и создания интеллектуальных информационных систем поддержки принятия управленческих решений при решении различных оптимизационных задач для технических, экономических, медицинских и др. объектов. Математические модели для таких задач представлены, например, в работах [7-11].



## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

На заданном целочисленном промежутке времени  $\overline{0, T} = \{0, 1, \dots, T\}$  ( $T \in \mathbf{N}$ ; здесь и далее,  $\mathbf{N}$  – множество натуральных чисел) рассматривается многошаговая управляемая динамическая система, которая состоит из одного управляемого объекта – объекта  $I$ , управляемого менеджером  $\underline{P}$  – субъектом управления, динамика которого описывается векторным линейным дискретным рекуррентным уравнением вида:

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = x_0. \quad (1)$$



## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

Здесь  $t \in \overline{0, T-1}$ ;  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))'$  – фазовый вектор объекта  $I$ ,  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  ( $n \in \mathbf{N}$ ;  $x_0$  – заданное начальное значение фазового вектора; здесь и далее, для  $k \in \mathbf{N}$ ,  $\mathbf{R}^k$  –  $k$ -мерное векторное пространство векторов-столбцов, даже если, из экономии места, они записаны в строку), значения которого должны удовлетворять следующему заданному геометрическому ограничению





## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

$$\forall t \in \overline{0, T} : x(t) \in \mathbf{X}_*(t) \subset \mathbf{R}^n,$$

$$\mathbf{X}_*(t) = \left\{ x(t) : x(t) \in \mathbf{R}^n, C(t)x(t) \leq c(t) \right\} \neq \emptyset, \quad (2)$$

т.е. множество  $\mathbf{X}_*(t)$  ограничивает допустимые значения реализации фазового вектора объекта  $I$  в период времени  $t$ ; в ограничении (2):  $C(t)$  – заданная действительная матрица порядка  $(m \times n)$  ( $m \in \mathbf{N}$ );  $c(t)$  – заданный вектор,  $c(t) \in \mathbf{R}^m$ ; здесь и далее, в матричных неравенствах символы  $\leq, =, \geq$  обозначают соответствующее по координатное сравнение векторов;



## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

$u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t))'$  – вектор управляющего воздействия (управления) менеджера  $P$  – субъекта управления,  $u(t) \in \mathbf{R}^p$  ( $p \in \mathbf{N} : p \leq n$ ), стесненное заданным ограничением:

$$\forall t \in \overline{0, T-1} : u(t) \in \mathbf{U}_*(t) \subset \mathbf{R}^p, \quad (3)$$

где множество  $\mathbf{U}_*(t)$  ограничивает допустимые значения реализации управления менеджера  $P$  в период времени  $t$  и есть выпуклый многогранник-компакт (с конечным числом вершин) пространства  $\mathbf{R}^p$ , заданный набором вершин или соответствующей системой линейных алгебраических равенств или неравенств;



## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

в уравнении (1)  $A(t)$  и  $B(t)$  есть действительные матрицы размерностей  $(n \times n)$  и  $(n \times p)$  соответственно и такие, что для всех периодов времени  $t \in \overline{0, T-1}$  матрица  $A(t)$  является невырожденной, т.е. для нее существует соответствующая ей обратная матрица  $A^{-1}(t)$ , а ранг матрицы  $B(t)$  равен  $p$  (размерности вектора  $u(t)$ ).



## 1. Описание дискретной управляемой динамической системы

Предполагается, что для всех периодов времени  $t \in \overline{0, T}$  множества  $\mathbf{X}_*(t)$ , элементы которых являются решениями систем линейных алгебраических равенств и неравенств, описываемых (2), есть непустые множества и являются выпуклыми многогранниками-компактами (с конечным числом вершин) в пространстве  $\mathbf{R}^n$ .



## 2. Необходимые определения

Введем ряд определений, необходимых для математической формализации многошаговых задач в рамках сформированной динамической системы (1) – (3):

- 1) *построения прогнозного множества;*
- 2) *минимаксного оценивания прогнозного множества;*
- 3) *краевой задачи;*
- 4) *оптимального программного терминального управления;*
- 5) *оптимального адаптивного терминального управления.*



## 2. Необходимые определения

Здесь, и далее, для  $k \in \mathbf{N}$  и любого целочисленного промежутка  $\overline{i, j}$  ( $i, j \in \mathbf{Z}; i \leq j; \mathbf{Z}$  – множество всех целых чисел) символом  $\mathbf{S}_k(\overline{i, j})$  будем обозначать метрическое пространство функций целочисленного аргумента  $\varphi: \overline{i, j} \rightarrow \mathbf{R}^k$ , в котором метрика  $\rho_k$  задается соотношением

$$\rho_k(\varphi_1(\cdot), \varphi_2(\cdot)) = \max_{t \in \overline{i, j}} \|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)\|_k, \quad \{\varphi_1(\cdot), \varphi_2(\cdot)\} \in \mathbf{S}_k(\overline{i, j}) \times \mathbf{S}_k(\overline{i, j}),$$

а символом  $\text{comp} \mathbf{S}_k(\overline{i, j})$  – множество всех непустых и компактных, в смысле этой метрики, подмножеств пространства  $\mathbf{S}_k(\overline{i, j})$ ;  $\|x\|_k$  – значение евклидовой нормы для вектора  $x \in \mathbf{R}^k$ .



## 2. Необходимые определения

Здесь и далее, для любых множеств  $X$  и  $Y$  множество  $X \times Y$  есть произведение  $X$  и  $Y$ , т.е. множество всех пар  $\{x, y\}$  таких, что  $x \in X$ ,  $y \in Y$  (аналогичное обозначение используется и для большего числа множеств).

Используя ограничение (3), определим множество  $\mathbf{U}(\overline{\tau, \vartheta}) \in \text{comp } \mathbf{S}_p(\overline{\tau, \vartheta - 1})$  всех допустимых программных управлений менеджера  $P$  на промежутке времени  $\overline{\tau, \vartheta} \subseteq \overline{0, T}$  ( $\tau < \vartheta$ ) соотношением

$$\mathbf{U}(\overline{\tau, \vartheta}) = \{u(\cdot) : u(\cdot) \in \mathbf{S}_p(\overline{\tau, \vartheta - 1}), \forall t \in \overline{\tau, \vartheta - 1}, u(t) \in \mathbf{U}_*(t)\}.$$



## 2. Необходимые определения

Назовем набор  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \overline{0, T} \times \mathbf{R}^n$  ( $w(0) = w_0 = \{0, x_0\}$ ) –  $\tau$ -позицией линейной дискретной управляемой динамической системы (1) – (3), или просто –  $\tau$ -позицией системы.

Для каждого периода времени  $\tau \in \overline{0, T}$  определим также множество  $\mathbf{W}(\tau) = \{\tau\} \times \mathbf{X}_*(t)$  ( $\mathbf{W}(0) = \mathbf{W}_0 = \{0\} \times \mathbf{X}_*(0)$ ) всех допустимых  $\tau$ -позиций системы.





## 2. Необходимые определения

Для фиксированного промежутка времени  $\overline{\tau, \mathcal{G}} \subseteq \overline{0, T}$  ( $\tau < \mathcal{G}$ ) пусть  $\varphi_{\overline{\tau, \mathcal{G}}} : \mathbf{R}^n \times \mathbf{U}(\overline{\tau, \mathcal{G}}) \rightarrow \mathbf{R}^{n(\mathcal{G}-\tau)}$  есть оператор, соответствующий правой части векторно-матричного уравнения (1), который каждой допустимой паре  $\{x(\tau), u(\cdot)\} \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{U}(\overline{\tau, \mathcal{G}})$  ставит в соответствие фазовую траекторию  $x(\cdot) = \{x(t)\}_{t \in \overline{\tau, \mathcal{G}}} = \varphi_{\overline{\tau, \mathcal{G}}}(\cdot; x(\tau), u(\cdot)) \in \mathbf{R}^{n(\mathcal{G}-\tau)}$ ,  $\varphi_{\overline{\tau, \mathcal{G}}}(\tau; x(\tau), u(\cdot)) = x(\tau) = x_\tau$ ; вектор  $x(\mathcal{G}) = \varphi_{\overline{\tau, \mathcal{G}}}(\mathcal{G}; x(\tau), u(\cdot)) \in \mathbf{R}^n$  определяет сечение фазовой траектории (движения) объекта I на промежутке времени  $\overline{\tau, \mathcal{G}}$  в период времени  $\mathcal{G}$ .



## 2. Необходимые определения

Зафиксируем промежуток времени  $\overline{\tau, \mathcal{G}} \subseteq \overline{0, T}$  ( $\tau < \mathcal{G}$ ) и для фиксированного набора  $\{\tau, X(\tau)\} \in \overline{0, T-1} \times \mathbf{2}^{\mathbf{R}^n}$ , где  $X(\tau) \subseteq \mathbf{X}_*(\tau)$ ,  $\mathbf{2}^{\mathbf{R}^n}$  – множество всех подмножеств пространства  $\mathbf{R}^n$ , определим в силу (1) – (3) следующее множество

$$\mathbf{X}^{(+)}(\tau, X(\tau), \mathcal{G}) = \left\{ x(\mathcal{G}) : x(\mathcal{G}) \in \mathbf{R}^n, x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \in \mathbf{X}_*(t+1), \right. \\ \left. t \in \overline{\tau, \mathcal{G}-1}, x(\tau) \in X(\tau), u(t) \in \mathbf{U}_*(t) \right\} = \mathbf{G}(\mathcal{G}). \quad (4)$$

Здесь множество  $\mathbf{X}^{(+)}(\tau, X(\tau), \mathcal{G}) = \mathbf{G}(\mathcal{G})$  есть *прямая область достижимости (прогнозное множество)* [1,4] – множество всех допустимых состояний фазового вектора объекта I в период времени  $\mathcal{G}$ , отвечающая набору  $\{\tau, X(\tau)\}$ .



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

Математическая формализация и численные алгоритмы решения различных типов задач:

- 1) *построения прогнозного множества;*
- 2) *минимаксного оценивания прогнозного множества;*
- 3) *краевой задачи;*
- 4) *оптимального программного терминального управления;*
- 5) *оптимального адаптивного терминального управления,*



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstContOpt-2023»

формируемых в рамках дискретной управляемой динамической системы (1) – (3), с линейной, выпуклой или недифференцируемой целевой функцией, основываются на результатах, представленных в работах [4-6]. Для компьютерного моделирования решений этих задач, авторами доклада разработан и создан в среде Delphi 7 Интеллектуальный компьютерный программный комплекс (ИКПК) «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023» (разработчики – Шориков А.Ф. – модели и алгоритмы, Тюлюкин В.А. – программный код).



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

Данный программный комплекс позволяет реализовать поиск решений задач прогнозирования, минимаксного оценивания фазовых состояний и оптимизации управления рассматриваемой дискретной управляемой динамической системой (1) – (3) для различных типов терминальных целевых функций – линейных, выпуклых или недифференцируемых.

На первом уровне пользовательского интерфейса, на основании головной формы ИКПК, пользователем осуществляется выбор конкретной задачи. Для решения выбранной задачи, на втором уровне интерфейса, пользователю предлагается произвести ввод исходных данных, определяющих все параметры системы (1) – (3) и целевых функций для заданного целочисленного промежутка времени  $\overline{0, T}$  ( $T \in \mathbf{N}$ ):



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

элементов матриц  $A(t)$  и  $B(t)$  ( $t \in \overline{0, T-1}$ ); параметров, описывающих ограничения (2), (3) на допустимые значения соответственно фазового вектора и вектора управляющих воздействий системы в виде вершин многогранников-компактов или в виде множеств решений СЛАРН; описание конкретной целевой функции – линейной, выпуклой или недифференцируемой; количество периодов времени для реализации решения рассматриваемой задачи; форму отображения результатов.



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

Перечислим функции основных модулей программного комплекса.

**Модуль А (Интерфейс)** – реализует интеллектуальный пользовательский интерфейс для выбора конкретной задачи, настройки входных данных, обращение к поиску решения задачи и вывод результатов, в удобной для пользователя форме.

**Модуль 1 (Прогнозирование)** – реализует настройку входных данных для конкретной задачи 1, поиск решения задачи и вывод данных, в удобной для пользователя форме.

**Модуль 2 (Минимаксные оценки)** – реализует настройку входных данных для конкретной задачи 2, поиск решения задачи и вывод данных, в удобной для пользователя форме.



### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»



**Модуль 3 (Краевая задача)** – реализует настройку входных данных для конкретной задачи 3, поиск решения задачи и вывод данных, в удобной для пользователя форме.

**Модуль 4 (Задача оптимального программного управления)** – реализует настройку входных данных для конкретной задачи 4, поиск решения задачи и вывод данных, в удобной для пользователя форме.

**Модуль 5 (Задача оптимального адаптивного управления)** – реализует настройку входных данных для конкретной задачи 5, поиск решения задачи и вывод данных, в удобной для пользователя форме.





### 3. Структура ИКПК «Прогнозирование , минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

Отметим, что данный программный комплекс можно дополнять другими программными модулями и реализовать его сопряжение с различными корпоративными информационными системами. В настоящее время ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023» подготавливается к внедрению в практику работы ряда институтов РАН и учебных заведений.



## 4. Модельные примеры

### 4.1. Формулировка модельных примеров

На заданном целочисленном промежутке времени  $\overline{0, T} = \overline{0, 5}$  ( $T \in \mathbf{N}$ ) рассматривается многошаговая управляемая динамическая система, которая состоит из одного управляемого объекта – объекта I, управляемого менеджером  $\underline{P}$  – субъектом управления, динамика которого описывается векторным линейным дискретным рекуррентным уравнением вида:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = 2x_1(t) - x_2(t) + 3x_3(t) + u_1(t) - 2u_2(t) + u_3(t), \\ x_2(t+1) = x_1(t) - 3x_2(t) + x_3(t) + 2u_1(t) + u_2(t) - 3u_3(t), \\ x_3(t+1) = 4x_1(t) + 2x_2(t) - 3x_3(t) - u_1(t) + 2u_2(t) - 4u_3(t), \\ x(0) = (x_1(0), x_2(0), x_3(0))' = (0, 0, 0)' = x_0, t \in \overline{0, 4}. \end{cases} \quad (4.1)$$



## 4. Модельные примеры

Здесь  $t \in \overline{0,4}$ ;  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))'$  – фазовый вектор объекта  $I$ ,  $x(t) \in \mathbf{R}^3$  ( $x_0$  – заданное начальное значение фазового вектора), значения которого должны удовлетворять следующему заданному геометрическому ограничению:

$$\forall t \in \overline{0,5} : x(t) \in \mathbf{X}^*(t) \subset \mathbf{R}^n,$$
$$\mathbf{X}^*(t) = \begin{cases} x_1(t) - 2x_2(t) + x_3(t) \leq 5, \\ -3x_1(t) + x_2(t) - 2x_3(t) \leq 3, \\ 2x_1(t) - 3x_2(t) + x_3(t) \leq 4, \\ x_1(t) \geq 0, x_2(t) \geq 0, x_3(t) \geq 0, \end{cases} \quad (4.2)$$

т.е. множество  $\mathbf{X}^*(t)$  ограничивает допустимые значения реализации фазового вектора объекта  $I$  в период времени  $t$ ;



## 4. Модельные примеры

$u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t))'$  – управляющее воздействие (управление) менеджера  $P$  – субъекта управления,  $u(t) \in \mathbf{R}^3$ , стесненное заданным ограничением:

$$\forall t \in \overline{0,4} : u(t) \in \mathbf{U}^*(t) \subset \mathbf{R}^3,$$

где множество  $\mathbf{U}^*(t)$  ограничивает допустимые значения реализации управления менеджера  $P$  в период времени  $t$  и есть выпуклый многогранник-компакт (с конечным числом вершин) пространства  $\mathbf{R}^3$ , заданный набором вершин или соответствующей системой линейных алгебраических равенств или неравенств, например в виде

$$\mathbf{U}^*(t) = \begin{cases} -1 \leq u_1(t) \leq 1, \\ -1 \leq u_2(t) \leq 1, \\ -1 \leq u_3(t) \leq 1. \end{cases} \quad (4.3)$$



## 4. Модельные примеры

Тогда для сформированной дискретной динамической системы (4.1) – (4.3) требуется реализовать компьютерное моделирование решения многошаговых задач 1–5.

**Задача 4.1.** Для заданных целочисленного промежутка времени  $\overline{0,5}$ ,  $\tau$ -позиции  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} = w_\tau \in \mathbf{W}(\tau)$  ( $w(0) = \{0, x(0)\} = w_0 \in \mathbf{W}_0$ ) менеджера  $P$  ( $\tau < 5$ ) в линейной дискретной управляемой динамической системе (4.1) – (4.3) и периода времени  $\mathcal{G} \in \overline{1,5}$  требуется построить прогнозное множество  $\mathbf{X}^{(+)}(\tau, \{x(\tau)\}, \mathcal{G}) = \mathbf{G}(\mathcal{G})$  объекта  $I$ , соответствующее набору  $\{\tau, \{x(\tau)\}\}$ , путем его описания, например, с помощью множества всех его вершин в пространстве  $\mathbf{R}^n$  или конечной системой линейных алгебраических равенств и неравенств, множество решений которой совпадает с прогнозным множеством, и полученные результаты отобразить таблично и графически.



## 4. Модельные примеры

**Задача 4.2.** Для заданных целочисленного промежутка времени  $\overline{0,5}$  и допустимых фазовых векторов  $x(0) \in \mathbf{X}_*(0)$  и  $x(5) \in \mathbf{X}_*(5)$  линейной дискретной управляемой динамической системы (4.1) – (4.3) требуется найти множество  $\tilde{\mathbf{U}}(\overline{0,5}; x(0), x(5)) \subseteq \mathbf{U}(\overline{0,5})$ , которое определяется формулой

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{U}}(\overline{0,5}; x(0), x(5)) &= \{\tilde{u}(\cdot) : \tilde{u}(\cdot) \in \tilde{\mathbf{U}}(\overline{0,5}), \\ \forall t \in \overline{1,5}, \tilde{x}(t) &= \varphi_{\overline{0,5}}(t; x(0), \tilde{u}(\cdot)) \in \mathbf{X}_*(t), \\ \tilde{x}(5) &= \varphi_{\overline{0,5}}(5; x(0), \tilde{u}(\cdot)) = x(5)\},\end{aligned}$$

сформировать пучок траекторий  $\{\mathbf{X}_{\overline{0,5}}(\cdot; x(0), \tilde{u}(\cdot), x(5))\}_{\tilde{u}(\cdot) \in \tilde{\mathbf{U}}(\overline{0,5}; x(0), x(5))} =$   
 $= \{\varphi_{\overline{0,5}}(\cdot; x(0), \tilde{u}(\cdot))\}_{\tilde{u}(\cdot) \in \tilde{\mathbf{U}}(\overline{0,5}; x(0), x(5))}$  объекта I и полученные результаты отобразить таблично и графически.



## 4. Модельные примеры

**Задача 4.3.** Для заданных целочисленного промежутка времени  $\overline{0,5}$ , периода времени  $\tau$  ( $\tau \in \overline{0,4}$ ),  $\tau$ -позиции  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} = \{\tau, x_\tau\} = w_\tau \in \mathbf{W}(\tau)$  ( $w(0) = \{0, x(0)\} = \{0, x_0\} = w_0 \in \mathbf{W}(0) = \mathbf{W}_0$ ) дискретной управляемой динамической системы (4.1) – (4.3), и периода времени  $\mathcal{G} \in \overline{1,5}$  менеджеру  $P$  требуется сформировать прогнозное множество  $\mathbf{X}^{(+)}(\tau, \{x(\tau)\}, \mathcal{G}) = \mathbf{G}(\mathcal{G})$  и его минимаксные оценки –  $\mathbf{r}_\mathcal{G}^{(e)} = \mathbf{r}(\mathbf{X}^{(+)}(\tau, \{x(\tau)\}, \mathcal{G}))$  и  $x_\mathcal{G}^{(e)} \in \mathbf{X}^{(+)}(\tau, \{x(\tau)\}, \mathcal{G})$ , которые есть соответственно значение величины его чебышевского радиуса и чебышевский центр, удовлетворяющие условию минимакса в формуле (8), и полученные результаты отобразить таблично и графически.



## 4. Модельные примеры

**Задача 4.4.** Для рассматриваемой на промежутке времени  $\overline{0,5}$  дискретной управляемой динамической системы (4.1) – (4.3), заданной начальной позиции системы  $w(0) = \{0, x(0)\} = \{0, x_0\} = w_0 \in \mathbf{W}_0$ , реализации на промежутке времени  $\overline{0, \tau} \subseteq \overline{0, 4}$  допустимого программного управления  $u_\tau(\cdot) \in \mathbf{U}(\overline{0, \tau})$  менеджера  $P$  и заданной соотношением (9) линейной, выпуклой или недифференцируемой терминальной целевой функции  $\Phi_{\tau, 5}$ , требуется найти  $\tau$ -позицию системы  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$ , где фазовый вектор  $x(\tau) = \varphi_{\overline{0, \tau}}(\tau; x_0, u_\tau(\cdot))$  ( $x(0) = x_0 \in \mathbf{X}_{*0}$ ) объекта I соответствует паре  $\{x_0, u_\tau(\cdot)\}$ , множество  $\mathbf{U}_\beta^{(e)}(\overline{\tau, 5}, w(\tau)) \subseteq \mathbf{U}(\overline{\tau, 5})$  программных управлений  $u^{(e)}(\cdot) \in \mathbf{U}(\overline{\tau, 5})$  менеджера  $P$  и число  $\Phi_{\tau, 5}^{(e)} = c_\beta^{(e)}(\overline{\tau, 5}, w(\tau))$ , которые удовлетворяют условию оптимальности (10), а именно





## 4. Модельные примеры

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_\beta^{(e)}(\overline{\tau, 5}, w(\tau)) &= \{u^{(e)}(\cdot) : u^{(e)}(\cdot) \in \mathbf{U}(\overline{\tau, 5}), \\ \Phi_{\tau, 5}^{(e)} &= \max_{u(\cdot) \in \mathbf{U}(\overline{\tau, 5})} \beta(\varphi_{\tau, 5}(5; x(\tau), u(\cdot))) = \beta(\varphi_{\tau, 5}(T; x(\tau), u^{(e)}(\cdot))) = \\ &= \beta(x^{(e)}(5)) = c_\beta^{(e)}(\overline{\tau, 5}, w(\tau)), \\ &\forall t \in \overline{\tau+1, 5} : x^{(e)}(t) = \varphi_{\tau, 5}(t; x(\tau), u^{(e)}(\cdot)) \in \mathbf{X}_*(t) \}, \end{aligned}$$

и полученные результаты отобразить таблично и графически.



## 4. Модельные примеры

**Задача 4.5.** Для заданных промежутка времени  $\overline{0,5}$ , начальной позиции  $w(0) = \{0, x(0)\} = \{0, x_0\} = w_0 \in \mathbf{W}_0$  линейной дискретной управляемой динамической системы (4.1) – (4.3) и линейной, выпуклой или недифференцируемой терминальной целевой функции  $\Phi_{\overline{0,5}}$ , определенной соотношением (9) при  $\overline{\tau, T} = \overline{0,5}$ , пусть допустимая стратегия адаптивного терминального управления  $U_a^{(e)} = U_a^{(e)}(w(\tau)) \in U_a^*$ ,  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \overline{0, T-1} \times \mathbf{R}^n$ ,  $\tau \in \overline{0, 4}$ ,  $w(0) = w_0 \in \mathbf{W}_0$ , менеджера  $P$ , на основании (3), (12), формально описывается следующими соотношениями:



## 4. Модельные примеры

1) если  $(w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)) \wedge (\mathbf{U}_*^{(e)}(w(\tau)) \neq \emptyset)$ ,  $\tau \in \overline{0,4}$ , то полагается

$$\mathbf{U}_a^{(e)}(w(\tau)) = \mathbf{U}_*^{(e)}(w(\tau)) \subseteq \mathbf{U}_*(\tau); \quad (4.4)$$

2) если  $(w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \notin \mathbf{W}(\tau)) \vee (\mathbf{U}_*^{(e)}(w(\tau)) = \emptyset)$ ,  $\tau \in \overline{0,4}$ , то полагается

$$\mathbf{U}_a^{(e)}(w(\tau)) = \mathbf{U}_*(\tau), \quad (4.5)$$

и пусть  $u_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e)}(\tau)\}_{\tau \in \overline{0,4}} \in \mathbf{U}(\overline{0,5})$  есть реализация управления менеджера  $P$  на промежутке времени  $\overline{0,5}$ , которая сформирована в результате использования им стратегии  $\mathbf{U}_a^{(e)} \in \mathbf{U}_a^*$  на этом промежутке времени, и такова, что  $u_a^{(e)}(4)$  удовлетворяет соотношению (10) при  $\tau = 4$ , тогда можно вычислить следующее число:



## 4. Модельные примеры

$$\begin{aligned}\Phi_{0,5}^{(e,a)} &= \Phi_{0,5}(w_0, u_a^{(e)}(\cdot)) = \Phi_{4,5}(w^{(e)}(4), u_a^{(e)}(4)) = \\ &= \max_{u(T-1) \in U_*(T-1)} \Phi_{T-1,T}(w^{(e)}(T-1), u(T-1)) = \beta(x^{(e)}(T)) = \\ &= \beta(\varphi_{0,5}(5; x_0, u_a^{(e)}(\cdot))) = c_{\beta}^{(e,a)}(\overline{0,5}, w_0),\end{aligned}$$

где в силу (4) имеем:  $w^{(e)}(4) = \{4, x^{(e)}(4)\} \in \mathbf{W}(4)$ ,  $x^{(e)}(4) = \varphi_{0,5}(4; x_0, \tilde{u}_a^{(e)}(\cdot)) =$   
 $= \varphi_{0,5}(4; x_0, u_a^{(e)}(\cdot)) \in \mathbf{X}(4; \overline{0,5}, w_0, \mathbf{U}_a^{(e)})$ ,  $\tilde{u}_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e)}(\tau)\}_{\tau \in \overline{0,3}} \in \mathbf{U}(\overline{0,4})$ ;  $x^{(e)}(5) =$   
 $= \varphi_{4,5}(5; x^{(e)}(4), u_a^{(e)}(4)) = \varphi_{0,5}(5; x_0, u_a^{(e)}(\cdot)) \in \mathbf{X}(5; \overline{0,5}, w_0, \mathbf{U}_a^{(e)})$ .

Учитывая определения (4.4) – (4.5), менеджеру  $P$  требуется сконструировать стратегию оптимального адаптивного терминального управления  $\mathbf{U}_a^{(e)} \in \mathbf{U}_a^*$  и вычислить число  $\Phi_{0,5}^{(e,a)} = c_{\beta}^{(e,a)}(\overline{0,5}, w_0)$  и полученные результаты отобразить таблично и графически.

## 4. Модельные примеры

### **4.2. Результаты компьютерного моделирования решения примеров с помощью ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»**

Компьютерное моделирование решения задач 4.1 – 4.5 реализуется с помощью ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023» (авторы-разработчики – Шориков А.Ф., Тюлюкин В.А., правообладатель – ИЭ УрО РАН).

## 4. Модельные примеры



Рис. 1. Пользовательский интерфейс для выбора задачи ИКПК «Прогнозирование, оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023»

## 4. Модельные примеры

Задача построения прогнозного множества

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t)

A = 

1	0
1	1

Число шагов многошаговой системы:            

Решение задачи  
           

Рис. 2. Задача 1. Головная форма 1.1

## 4. Модельные примеры

Задача построения прогнозного множества

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A    Матрица B    Многогранник начальных фазовых состояний X(0)    Многогранник управлений U(t)

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 3. Задача 1. Главная форма 1.2



## 4. Модельные примеры

Задача построения прогнозного множества

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t)

Способ задания многогранника X(0):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника X(0):

	x1	x2
Вершина 1	0	0

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода      Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
           

Рис. 4. Задача 1. Главная форма 1.3

## 4. Модельные примеры

Задача построения прогнозного множества

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t)

Способ задания многогранника U(t):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2
Вершина 1	0	1
Вершина 2	1	0
Вершина 3	1	1

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
           

Рис. 5. Задача 1. Главная форма 1.4

## 4. Модельные примеры

Задача построения прогнозного множества

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t)

Способ задания многогранника U(t):

- Вершины
- Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2
Вершина 1	0	1
Вершина 2	1	0
Вершина 3	1	1

Information  
Прогнозное множество построено  
OK

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 6. Задача 1. Форма второго уровня 1.1

## 4. Модельные примеры

Просмотр результатов

Просмотр результатов решения задачи на шаге: 5

Область достижимости G

	x1	x2
Вершина 1	2,00	2,00
Вершина 2	4,00	3,00
Вершина 3	5,00	5,00
Вершина 4	3,00	2,00
Вершина 5	1,00	3,00

Сохранить      Графическое изображение      Выход

Рис. 7. Задача 1. Форма второго уровня 1.2

## 4. Модельные примеры

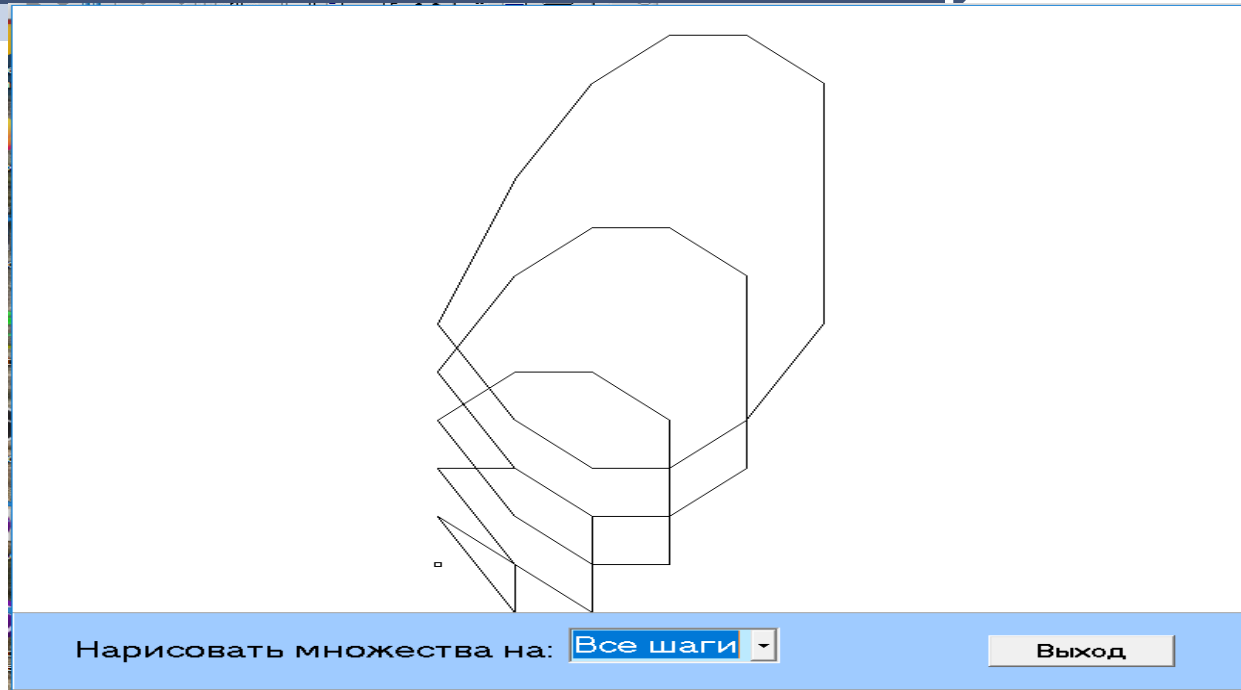


Рис. 8. Задача 1. Форма второго уровня 1.3

## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

**Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени**

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

$A =$

2	-1	3
1	-3	1
4	2	-3

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 9. Задача 2. Головная форма 2.1

## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

**Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени**

Начальные данные

Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

$B =$

1	-2	1
2	1	-3
-1	2	-4

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 9. Задача 2. Головная форма 2.2

## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

### Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

Начальные данные

Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

Способ задания многогранника X(0):

- Вершины
- Неравенства

Число вершин многогранника X(0):

	x1	x2	x3
Вершина 1	0	0	0

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 11. Задача 2. Главная форма 2.3



## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

### Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

Способ задания многогранника U(t):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2	u3
Вершина 1	-1	-1	-1
Вершина 2	1	-1	-1
Вершина 3	-1	1	-1
Вершина 4	1	1	-1
Вершина 5	-1	-1	1

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 12. Задача 2. Головная форма 2.4

## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества

### Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

#### Геометрические ограничения на фазовый вектор

Число неравенств геометрических ограничений:

	x1	x2	x3
Нер-во 1	1	-2	1
Нер-во 2	-3	1	-2
Нер-во 3	2	-3	1
Нер-во 4	-1	0	0

$\leq 0$

Неравенства должны быть приведены к следующему виду:  
 $a*x1+b*x2+...+c \leq 0$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:

Сохранить данные      Загрузить данные

#### Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 13. Задача 2. Головная форма 2.5

## 4. Модельные примеры

Задача минимаксного оценивания прогнозного множества

### Задача минимаксного оценивания прогнозного множества в заданный период времени

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Ограничения на X(t)

#### Геометрические ограничения на фазовый вектор

Число неравенств геометрических ограничений:

	x1	x2	x3
Нер-во 1	1	-2	1
Нер-во 2	-3	1	-2
Нер-во 3	2	-3	1
Нер-во 4	-1	0	0

$\leq 0$

Неравенства должны быть приведены к следующему виду:  
 $a*x1+b*x2+...+c \leq 0$

Information  
Решение задачи найдено  
OK

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 14. Задача 2. Форма второго уровня 2.1

## 4. Модельные примеры

The screenshot shows a software window titled "ViewRezMinForm" with a blue background. At the top, it says "Просмотр результатов решения задачи на шаге:" followed by a dropdown menu showing the number "5". Below this is a section titled "Область достижимости G" containing a table with 9 rows and 4 columns. The first column lists vertices from "Вершина 1" to "Вершина 9", and the next three columns are labeled "x1", "x2", and "x3". To the right of this table is a vertical scrollbar. Further right is a panel titled "Чебышевский центр:" containing a smaller table with 3 columns labeled "x1", "x2", and "x3". Below this panel, it says "Чебышевский радиус: 10,79" and provides instructions: "+" - приближает графический объект, "-" - удаляет графический объект, and "стрелки - вращают графический объект". At the bottom of the window are two buttons: "Сохранить" and "Выход".

ViewRezMinForm

Просмотр результатов решения задачи на шаге: 5

Область достижимости G

	x1	x2	x3
Вершина 1	0,00	0,00	0,00
Вершина 2	2,00	8,00	13,00
Вершина 3	3,00	7,67	0,00
Вершина 4	7,20	9,30	0,00
Вершина 5	14,48	8,32	0,00
Вершина 6	2,00	0,00	0,00
Вершина 7	0,00	0,00	4,00
Вершина 8	0,21	3,64	0,00
Вершина 9	0,00	6,67	3,00

Чебышевский центр:

x1	x2	x3
6,29	5,82	6,55

Чебышевский радиус: 10,79

"+" - приближает графический объект  
"-" - удаляет графический объект  
стрелки - вращают графический объект

+ Графическое представление -

Сохранить Выход

Рис. 15. Задача 2. Форма уровня результатов 2.1

## 4. Модельные примеры

GraphForm

- □ ×

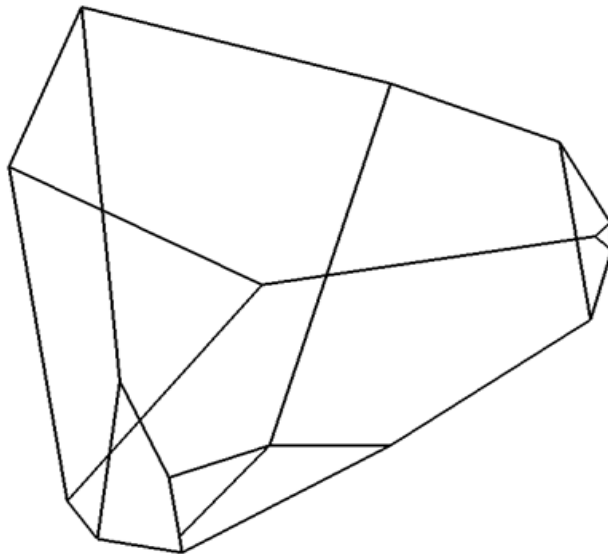


Рис. 16. Задача 2. Форма уровня результатов 2.2

## 4. Модельные примеры

Краевая задача

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Краевые условия

A = 

1	0
0	1

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 17. Задача 3. Головная форма 3.1

## 4. Модельные примеры

Краевая задача

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A   Матрица B   Многогранник начальных фазовых состояний X(0)   Многогранник управлений U(t)   Краевые условия

$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 18. Задача 3. Головная форма 3.2

## 4. Модельные примеры

Краевая задача

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Краевые условия

Способ задания многогранника X(0):

- Вершины
- Неравенства

Число вершин многогранника X(0):

	x1	x2
Вершина 1	5	5

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 19. Задача 3. Главная форма 3.3



## 4. Модельные примеры

Краевая задача

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Краевые условия

Способ задания многогранника U(t):

- Вершины
- Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2
Вершина 1	2	2
Вершина 2	5	2
Вершина 3	4	5
Вершина 4	1	4

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 20. Задача 3. Головная форма 3.4

## 4. Модельные примеры

Краевая задача

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Краевые условия

Многогранник, определяющий краевые условия задачи, на конечном множестве  
Число вершин:

	x1	x2
Вершина 1	30	20

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 21. Задача 3. Головная форма 3.5

## 4. Модельные примеры

The screenshot shows the main window of the 'Краевая задача' (Boundary Value Problem) software. The window title is 'Краевая задача'. The interface is divided into several sections:

- Начальные данные (Initial Data):** Includes input fields for 'Размерность фазового пространства' (Phase space dimension) set to 2 and 'Размерность пространства управлений' (Control space dimension) set to 2.
- Navigation:** A set of tabs: 'Матрица A', 'Матрица B', 'Многогранник начальных фазовых состояний X(0)', 'Многогранник управлений U(t)', and 'Краевые условия' (Boundary conditions), which is currently selected.
- Boundary Conditions Section:** Titled 'Многогранник, определяющий краевые условия задачи, на конечном множестве' (Polyhedron defining boundary conditions on a finite set). It includes an input for 'Число вершин' (Number of vertices) set to 1.
- Table:** A table with 2 columns (x1, x2) and 1 row (Вершина 1).

	x1	x2
Вершина 1	30	20
- Buttons:** 'Проверка ввода' (Check input) is located below the table. At the bottom of the main window are 'Сохранить данные' (Save data) and 'Загрузить данные' (Load data) buttons.
- Bottom Panel:** Titled 'Решение задачи' (Solve problem), it contains 'Найти решение задачи' (Find solution), 'Просмотр результатов' (View results), and 'Выход' (Exit) buttons.
- Information Dialog:** A small 'Information' dialog box is open, displaying an information icon and the text 'Решение задачи найдено' (Solution found), with an 'OK' button.
- Other Inputs:** At the bottom left, there is an input for 'Число шагов многошаговой системы' (Number of steps of the multi-step system) set to 5.

Рис. 22. Задача 3. Головная форма 3.6

## 4. Модельные примеры

Просмотр результатов

Просмотр результатов решения задачи на шаге:

Область достижимости G

	x1	x2
Вершина 1	50,00	30,00
Вершина 2	30,00	25,00
Вершина 3	40,00	15,00
Вершина 4	25,00	15,00

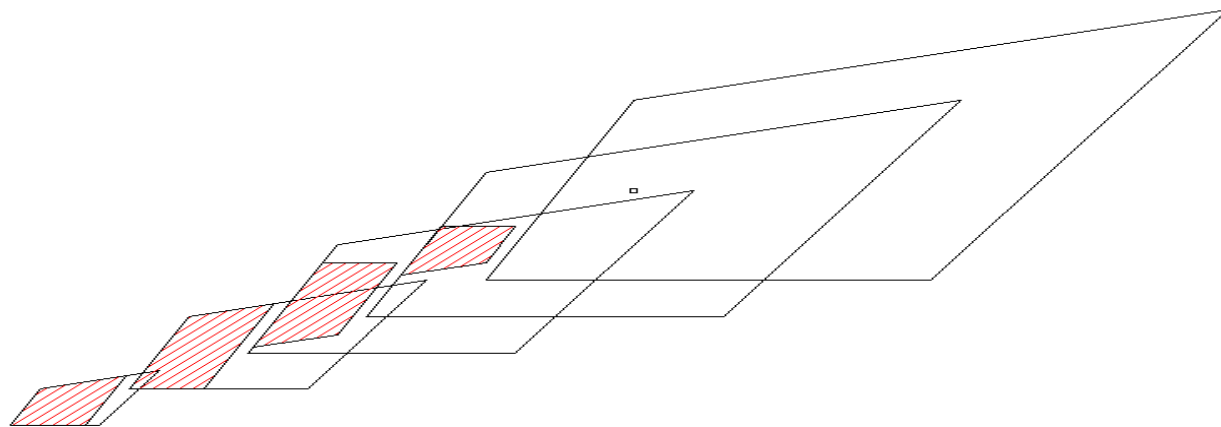
Оптимальное множество X

	x1	x2
Вершина 1	30,00	20,00

Сохранить      Графическое изображение      Выход

Рис. 23. Задача 3. Форма второго уровня 3.1

## 4. Модельные примеры



Нарисовать множества на:

Рис. 24. Задача 3. Форма второго уровня 3.2

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального программного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация

$A =$ 

1	0
1	1

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 25. Задача 4. Головная форма 4.1

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального программного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A    Матрица B    Многогранник начальных фазовых состояний X(0)    Многогранник управлений U(t)    Оптимизация

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 26. Задача 4. Головная форма 4.2

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального программного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация

Способ задания многогранника X(0):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника X(0):

	x1	x2
Вершина 1	0	0

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 27. Задача 4. Главная форма 4.3



## 4. Модельные примеры

Задача оптимального программного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация

Способ задания многогранника U(t):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2
Вершина 1	0	1
Вершина 2	1	0
Вершина 3	1	1

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 28. Задача 4. Главная форма 4.4

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального программного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация

Ввод функции F(x):  
$$F(x) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 10)^2$$
  
Функцию F(x) следует вводить с использованием переменных x1, x2, ..., например:  
 $3x_1 + x_2^2 / 5$

Выбор шага метода аппроксимационного градиентного спуска:

- Шаг  $r_1 \implies \min F(x + r_1 \cdot A)$
- Шаг  $r_1 = r/k$ , где r-constant, k-номер итерации
- Шаг  $r_1 \implies F(x(k)) - F(x(k+1)) > \text{eps} \cdot r_1 \cdot A^2$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 29. Задача 4. Головная форма 4.5

## 4. Модельные примеры

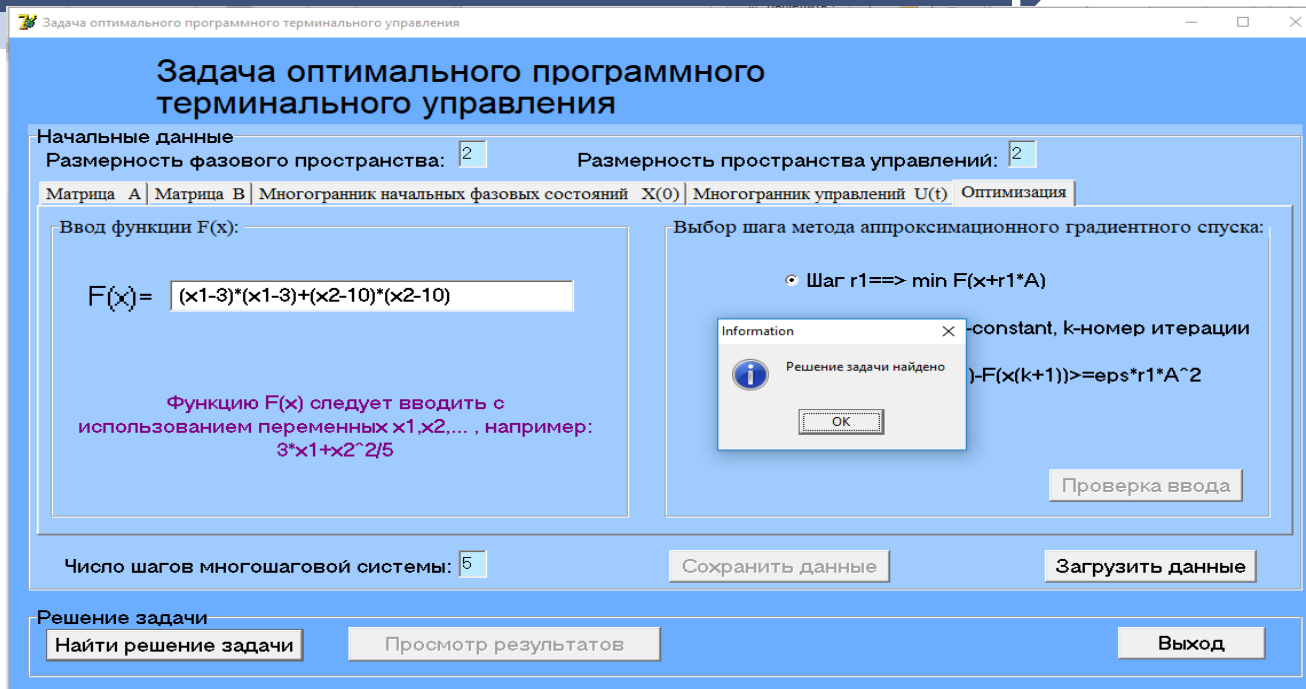


Рис. 30. Задача 4. Головная форма 4.6

## 4. Модельные примеры

Просмотр результатов

Просмотр результатов решения задачи на шаге: 5

Область достижимости G

	x1	x2
Вершина 1	2,00	2,00
Вершина 2	4,00	3,00
Вершина 3	5,00	5,00
Вершина 4	3,00	2,00
Вершина 5	1,00	3,00

Множество X

	x1	x2
Вершина 1	3,00	10,00

Сохранить      Графическое изображение      Выход

Рис. 31. Задача 4. Форма второго уровня 4.1

## 4. Модельные примеры

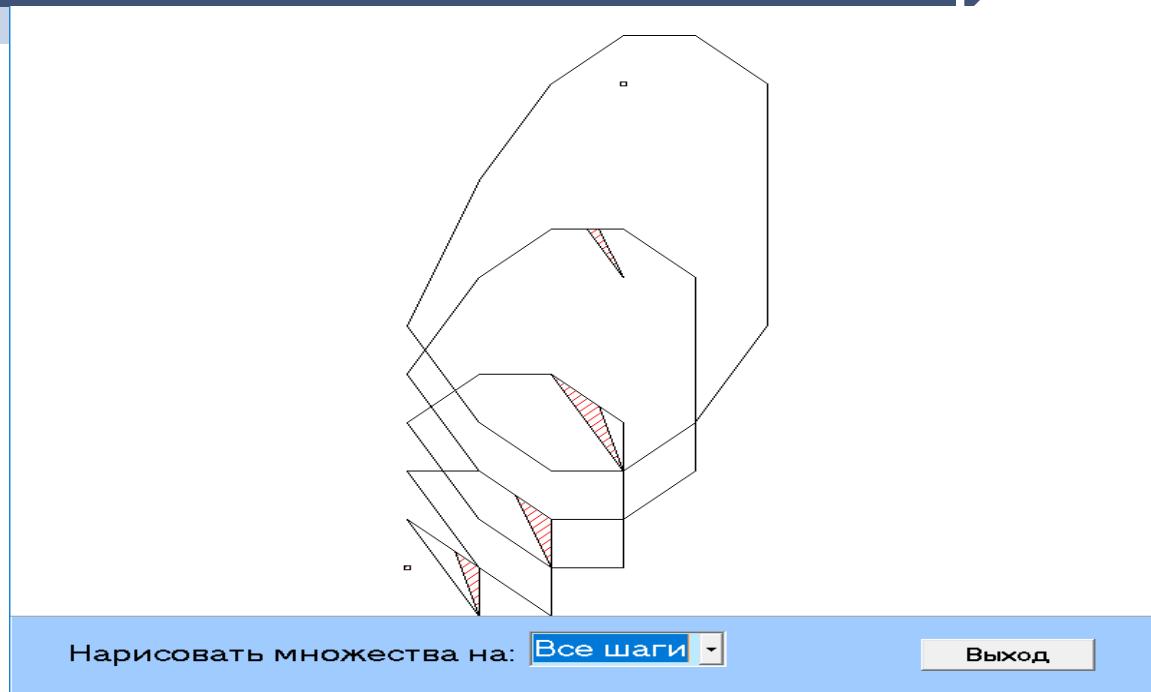


Рис. 32. Задача 4. Форма второго уровня 4.2

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация | Параметры адаптивн

$A =$ 

1	0	
1	1	

Число шагов многошаговой системы:            

Решение задачи  
           

Рис. 33. Задача 5. Головная форма 5.1

## 4. Модельные примеры

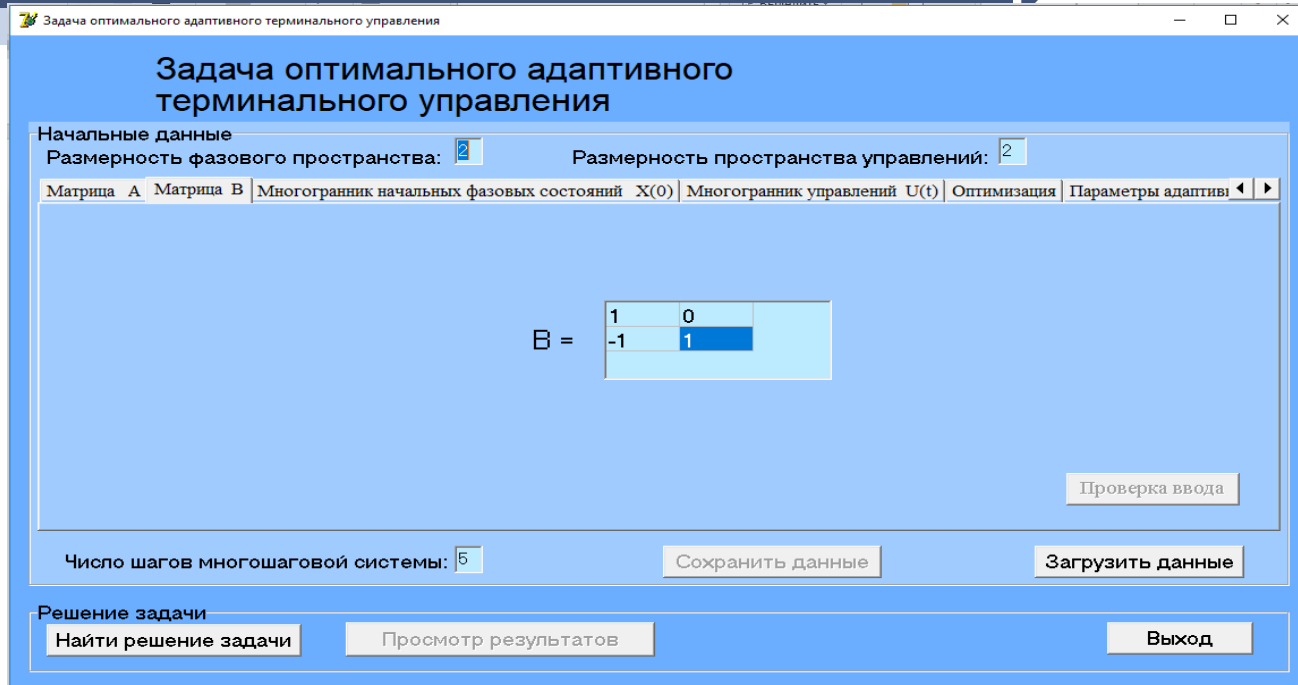


Рис. 34. Задача 5. Головная форма 5.2

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация | Параметры адаптивн

Число вершин многогранника X(0):

Способ задания многогранника X(0):

- Вершины
- Неравенства

	x1	x2
Вершина 1	0	0

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи

Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 35. Задача 5. Головная форма 5.3



## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация | Параметры адаптив

Способ задания многогранника U(t):  
 Вершины  
 Неравенства

Число вершин многогранника U(t):

	u1	u2
Вершина 1	0	1
Вершина 2	1	0
Вершина 3	1	1

Число шагов многошаговой системы:

Проверка ввода

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 36. Задача 5. Головная форма 5.4

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Матрица A | Матрица B | Многогранник начальных фазовых состояний X(0) | Многогранник управлений U(t) | Оптимизация | Параметры адаптивности

Ввод функции F(x):  
F(x) =

Выбор шага метода аппроксимационного градиентного спуска:

- Шаг  $r_1 \Rightarrow \min F(x+r_1 \cdot A)$
- Шаг  $r_1 = r/k$ , где r-constant, k-номер итерации
- Шаг  $r_1 \Rightarrow F(x(k)) - F(x(k+1)) \geq \text{eps} \cdot r_1 \cdot A^2$

Число шагов многошаговой системы:

Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 37. Задача 5. Головная форма 5.5

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Многогранник начальных фазовых состояний  $X(0)$  | Многогранник управлений  $U(t)$  | Оптимизация | Параметры адаптивного управления

Текущий период времени:

Текущее значение фазового вектора:

	x1	x2
x(0) =	0,0	0,0

Экстремальное значение функционала:  
min F(x) =

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 38. Задача 5. Форма второго уровня 5.6

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Многогранник начальных фазовых состояний  $X(0)$  | Многогранник управлений  $U(t)$  | Оптимизация | Параметры адаптивного управления

Текущий период времени:

Текущее значение фазового вектора:

	x1	x2
$x(0) =$	0,0	0,0

Information  
Решение задачи найдено  
OK

Экстремальное значение функционала:  
 $\min F(x) = 0,00$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 39. Задача 5. Головная форма 5.7

## 4. Модельные примеры

Просмотр результатов

Просмотр результатов решения задачи на шаге: 5

Область достижимости G

	x1	x2
Вершина 1	2,00	2,00
Вершина 2	4,00	3,00
Вершина 3	5,00	5,00
Вершина 4	3,00	2,00
Вершина 5	1,00	3,00

Множество X

	x1	x2
Вершина 1	3,00	10,00

Сохранить      Графическое изображение      Выход

Рис. 40. Задача 5. Форма второго уровня 5.1

## 4. Модельные примеры

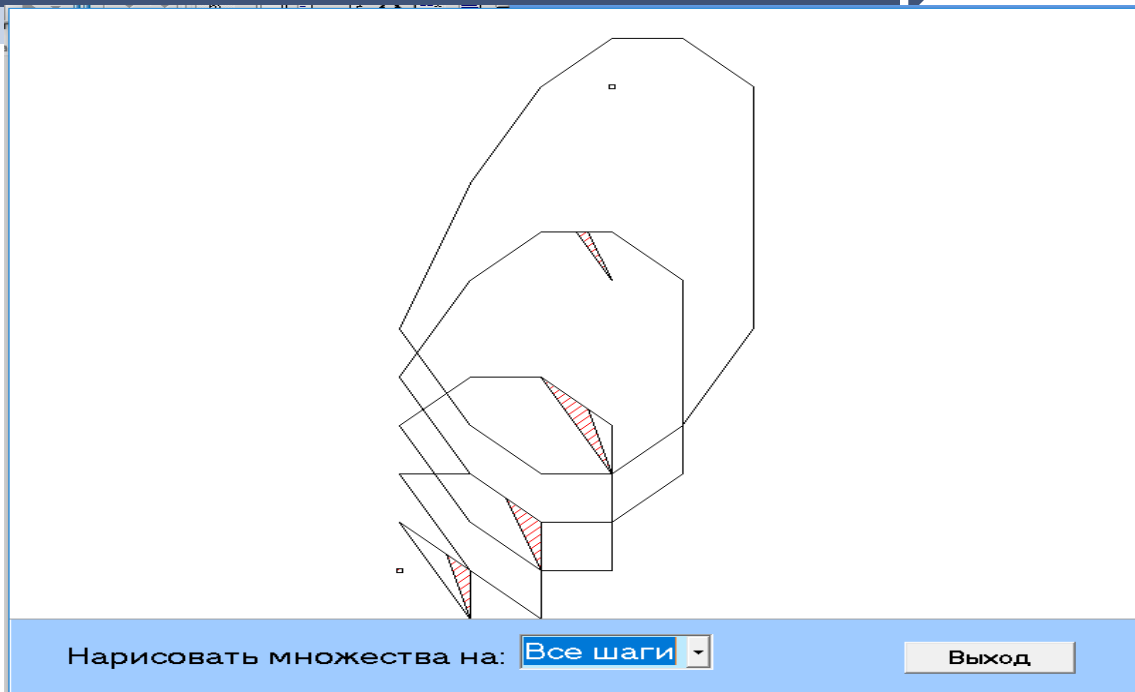


Рис. 41. Задача 5. Форма второго уровня 5.2

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

### Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Многогранник начальных фазовых состояний  $X(0)$  | Многогранник управлений  $U(t)$  | Оптимизация | Параметры адаптивного управления

Текущий период времени:

Текущее значение фазового вектора:

	x1	x2
$x(4) =$	2.0	6.0

Экстремальное значение функционала:  
 $\min F(x) =$

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 42. Задача 5. Головная форма 5.8

## 4. Модельные примеры

Задача оптимального адаптивного терминального управления

Начальные данные  
Размерность фазового пространства:       Размерность пространства управлений:

Многогранник начальных фазовых состояний  $X(0)$  | Многогранник управлений  $U(t)$  | Оптимизация | Параметры адаптивного управления

Текущий период времени:

Текущее значение фазового вектора:

	x1	x2
$x(4) =$	2,0	6,0

Экстремальное значение функционала:  
 $\min F(x) = 2,00$

Information  
Решение задачи найдено  
OK

Проверка ввода

Число шагов многошаговой системы:       Сохранить данные      Загрузить данные

Решение задачи  
Найти решение задачи      Просмотр результатов      Выход

Рис. 43. Задача 5. Головная форма 5.9



## 4. Модельные примеры

Просмотр результатов

Просмотр результатов решения задачи на шаге:

Область достижимости G

	x1	x2
Вершина 1	3,00	7,00
Вершина 2	3,00	8,00
Вершина 3	2,00	9,00

Множество X

	x1	x2
Вершина 1	2,00	9,00

Сохранить      Графическое изображение      Выход

Рис. 44. Задача 5. Форма второго уровня 5.3

## 4. Модельные примеры

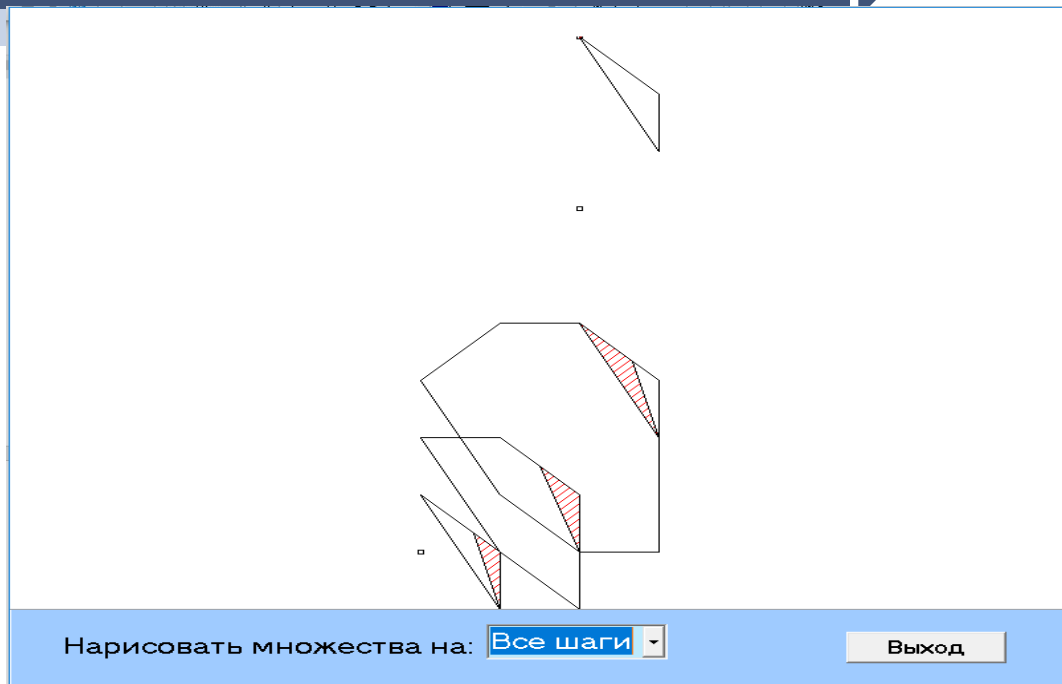


Рис. 45. Задача 5. Форма второго уровня 5.4

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В докладе представлено описание используемой в ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023» дискретной управляемой динамической модели для формализации задач построения и минимаксного оценивания прогнозного множества, оптимального программного и адаптивного управления при наличии линейных, выпуклых или недифференцируемых терминальных целевых функций, разработанных алгоритмов, функций его основных модулей и описание пользовательского интерфейса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные модули созданного ИКПК «Прогнозирование, минимаксное оценивание и оптимизация управления – PredEstOptCont-2023» позволяют реализовать компьютерное моделирование решения задач прогнозирования и минимаксного оценивания фазовых состояний рассматриваемой дискретной управляемой динамической системы, оптимального программного и адаптивного терминального управления. Данный программный комплекс может использоваться в качестве инструментального средства для решения различных практических задач техники, экономики, медицины и др.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
2. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
3. *Куржанский А.Б.* Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
4. *Шорилов А.Ф.* Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах // Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1997.
5. *Шорилов А.Ф.* Алгоритм решения задачи апостериорного минимаксного оценивания состояний дискретных динамических систем. I, II // Автоматика и телемеханика. 1996. – № 7. – С. 130–143; 1996. – № 9. – С. 139–150.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

6. *Черников С.Н.* Линейные неравенства. М.: Наука, 1968.
7. *Базара М.С., Шетти С.М.* Нелинейное программирование: теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982.
8. *Ханк Дж.Э., Райтс А.Дж., Уичерн Д.У.* Бизнес-прогнозирование. 7-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.
9. *Фомин В.Н.* Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. – М.: Наука, 1984.
10. *Пропой А.И.* Элементы теории оптимальных дискретных процессов.– М.: Наука, 1973.
11. *Лотов А.В.* Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука, 1984.

**Спасибо за Ваше  
внимание!**

